

**OLIMPIADA NAȚIONALĂ DE MATEMATICĂ**  
**– ETAPA LOCALĂ –**  
**08.02.2026**  
**CLASA a VII- a**

- **Alle Themen sind verpflichtend. Zehn Punkte werden von Amts wegen vergeben.**
- **Auf dem Prüfungsblatt werden die vollständigen Lösungen eingetragen.**
- **Die tatsächliche Arbeitszeit beträgt drei Stunden.**

**Thema I (20 Punkte)**

Im Dreieck  $ABC$ ,  $AB < AC$  ist die Halbstrecke  $BD$  die Winkelhalbierende des Winkels  $ABC$ ,  $D \in AC$ .  $AM$  ist Seitenhalbierende, wobei  $M \in BC$ . Durch  $M$  zeichnet man eine Parallele  $MN$  zu der Seite  $AB$ ,  $N \in AC$ . Diese Parallele schneidet  $BD$  im  $P$  und durch  $N$  zieht man eine Parallele  $NQ$  zu  $AM$ ,  $Q \in BC$ . Zeige, dass  $MP = 2QC$ .

**Thema II (20 Punkte)**

Bestimme  $a \in \mathbb{N}$ , so dass  $\sqrt{\frac{2025a-2026}{2023a-2024}} \in \mathbb{N}$

**Thema III (25 Punkte)**

Gegeben ist :  $A = \left\{ \frac{\sqrt{5}-\sqrt{1}}{\sqrt{1 \cdot 5}}, \frac{\sqrt{9}-\sqrt{5}}{\sqrt{5 \cdot 9}}, \frac{\sqrt{13}-\sqrt{9}}{\sqrt{9 \cdot 13}}, \dots, \frac{\sqrt{2025}-\sqrt{2021}}{\sqrt{2021 \cdot 2025}} \right\}$

- a) Berechne die Summe der Elemente der Menge  $A$ .
- b) Zeige, dass die Summe der Elemente jedwelcher Nichtleeremenge der Menge  $A$ , keine natürliche Zahl ist.

**Thema IV (25 Punkte)**

Es sei das Quadrat  $ABCD$  gegeben. Man bezeichnet mit  $M$  den symmetrischen Punkt des Punktes  $B$  in Bezug auf  $C$ . Man nimmt auf der Halbgeraden  $[CA$  den Punkt  $N$ , so dass  $A \in (CN)$  und  $\sphericalangle NMB = 30^\circ$ . Die Gerade  $MN$  schneidet  $AD$  im  $P$  und  $BD$  in  $Q$ . Zeige, dass  $BP = BQ$ .